

一种简单递归编码结构的 QC-LDPC 码优化设计

徐 华

(盐城师范学院 物理科学与电子技术学院, 江苏 盐城 224002)

摘 要: 结合差分进化(Differential Evolution)和 PEXIT(Protograph Extrinsic Information Transfer)方法,提出了一种具有 Tam 结构的 QC-LDPC 码优化设计方法,Diff-PEXIT 算法,在优化搜索时,保持了低编码复杂度的 QC-LDPC 码的简单编码结构不变. 仿真结果表明,Diff-PEXIT 算法优化设计的 QC-LDPC 码性能优于 802.16e 中的 QC-LDPC 码和 Tam 提出的 QC-LDPC 码,且优化构造出的 QC-LDPC 码仍然保持了 Tam 码的简单递归编码结构及低编码复杂度.

关键词: QC-LDPC 码;差分进化;PEXIT 算法

中图分类号: TN402

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2014)01-0034-04

Optimization of QC-LDPC Codes with Simple Recursive Encoding Structure

XU Hua

(School of Physics and Electronics Engineering, Yancheng Teachers University, Yancheng 224002, China)

Abstract: This paper presented a novel QC-LDPC codes optimization method, Diff-PEXIT algorithm. The simple recursive encoding structure of QC-LDPC codes is remained during the optimization process. Simulation results show that the BER performance of proposed QC-LDPC code is better than that of 802.16e code and Tam code.

Key words: QC-LDPC codes; differential evolution; PEXIT algorithm

1 引言

LDPC 码的构造方法主要分为随机构造和代数构造方法^[1]. 随机构造的 LDPC 码性能相对较好,但是一般码长较长,不适合于实际应用. 而代数构造方法构造的 LDPC 码在中短码长时表现了较好的性能.

代数构造方法中, QC-LDPC 码由于易于硬件实现及性能分析,有着很大的应用潜力,其校验矩阵由若干个循环移位子矩阵或者零矩阵来组成^[2],这种结构使得 QC-LDPC 成为多个国际标准中的编码方案,包括 IEEE802.11n 和 IEEE802.16e 均采用了 QC-LDPC 码.

LDPC 码较高的编码复杂度一直是制约其应用的一个重要因素,而已经用于 802.16e 标准中的

QC-LDPC 码为了获得较低的编码复杂度,将 H 矩阵分为信息部分和校验部分,校验部分采用了一种近似下三角形式^[3].

Tam 提出了一种新的 QC-LDPC 码,其 H 矩阵校验部分具有一种新的近似下三角结构,使得 QC-LDPC 码的编码可以直接通过简单迭代实现,这种 QC-LDPC 码,性能也优于 802.16e 中的 QC-LDPC 码^[4]. 文献[4]中仅仅给出了简单编码结构的 QC-LDPC 码的 H 矩阵形式,并没有给出具体的优化构造方法.

本文结合差分进化技术和 PEXIT 算法^[5],提出了一种新的优化构造方法,Diff-PEXIT 算法,该方法在优化搜索性能最优 H 矩阵的同时,能够保持低复杂度的简单编码结构不变.

收稿日期: 2013-02-19; 修回日期: 2013-04-27

基金项目: 国家自然科学基金(11175152);江苏省高校自然科学研究项目(13KJB510038)

2 低编码复杂度 QC-LDPC 码的简单递归编码结构

QC-LDPC 码的 $\mathbf{H}$ 矩阵分为两个部分,信息部分 $\mathbf{H}_I$ 和校验部分 $\mathbf{H}_P$,具体由下式表示,

$$\mathbf{H}_{ML \times NL} = [(\mathbf{H}_I)_{ML \times KL} \mid (\mathbf{H}_P)_{ML \times ML}] \quad (1)$$

式中, $L \times L$ 为相应子矩阵的大小.

Tam 提出的 QC-LDPC 码的简单编码结构指 QC-LDPC 码的 $\mathbf{H}$ 矩阵的校验部分 $\mathbf{H}_P$ 具有式(2)的形式:

$$\mathbf{H}_P = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{1,K+1} & \mathbf{I} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{2,K+1} & h_{2,K+2} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{ij}^{a_j} & h_{M-3,K+1} & h_{M-3,K+2} & \cdots & h_{M-3,N-3} & \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{I} & h_{M-2,K+1} & h_{M-2,K+2} & \cdots & h_{M-2,N-3} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ P_{ij}^{a_j} & h_{M-1,K+1} & h_{M-1,K+2} & \cdots & h_{M-1,N-3} & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}_{ML \times ML} \quad (2)$$

式中, h_{ij} 为 QC-LDPC 码 $\mathbf{H}$ 矩阵的子矩阵, $0 \leq i \leq M-1, 0 \leq j \leq N-1$. 式(2)的结构中还可以看出,除了第一列的列重为 3,其余的列重都为 2,这一点与 802.16e 中 QC-LDPC 码的 $\mathbf{H}$ 矩阵双对角线结构相似.

Tam 提出的这种结构,使得 QC-LDPC 码的编码可以直接利用 $\mathbf{H}$ 矩阵,以一种简单的递归形式得到信息比特对应的校验位,大大降低了编码的复杂度.具体的递归编码过程总结如下.

设待发送的信息位被分为 K 个部分, $\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_{K-1}$,相应的可以获得 M 个校验比特矢量 $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_{M-1}$,具体计算过程如下,

(1) $\mathbf{H}$ 矩阵的第零行

$$\sum_{k=0}^{K-1} h_{0,k} \mathbf{d}_k + \mathbf{p}_1 = 0 \quad (3)$$

(2) $\mathbf{H}$ 矩阵的第一行

$$\sum_{k=0}^{K-1} h_{1,k} \mathbf{d}_k + h_{1,K+1} \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0 \quad (4)$$

(3) $\mathbf{H}$ 矩阵的第 i 行,

$$\sum_{k=0}^{K-1} h_{i,k} \mathbf{d}_k + \sum_{k=K+1}^{K+i} h_{i,k} \mathbf{p}_{k-K} + \mathbf{p}_{i+1} = 0 \quad (5)$$

式中, $i = 2, 3, \dots, M-4$.

根据式(3)~(5),可以得到 M 个校验比特矢量 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ 和 $\mathbf{p}_i, i = 2, 3, \dots, M-4$. $\mathbf{H}$ 矩阵最后三行的计算步骤可参见文献[4].

线性分组码传统的编码方式,需要将 $\mathbf{H}$ 矩阵转化为生成矩阵 $\mathbf{G}$,然后通过 $\mathbf{G}$ 进行编码,复杂度较高.而由式(3)~(5)可见,校验比特可以直接通过 $\mathbf{H}$ 矩阵,以简单的迭代方式即可获得,得到校验比特后直接和信息位可以组成编码码字,编码过程要比传统方式简单的多,且易于硬件实现.

需要说明的是,要能够通过式(3)~(5)的简单迭代方式得到校验比特, QC-LDPC 码的 $\mathbf{H}_P$ 必须保持式(2)的形式,即简单编码结构.

本文是考虑 $\mathbf{H}_P$ 如式(2)所示的简单编码结构保持不变,优化构造 QC-LDPC 码 $\mathbf{H}$ 矩阵的其他元素.

3 EXIT 算法用于 QC-LDPC 码的性能分析

EXIT(EXtrinsic Information Transfer:外信息转移)图用于 LDPC 码的性能分析是由 Brink 最早提出[5].由于传统的 EXIT 图方法不能用来分析 Protograph LDPC 码的性能,因此 Liva 提出了一种 PEXIT 算法用来分析和评价 Protograph LDPC 码的性能[6],Liu 将 PEXIT 算法推广到了 QC-LDPC 码的性能评价中[7].

PEXIT 算法的基本步骤如下[6]:

(1) 初始化;

$$I_{d_i}^{(j)} = J(\sigma_{d_i, j}), \forall j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

式中, $I_{d_i}^{(j)}$ 为第 j 个变量节点的信道输入的互信息值.

(2) 变量节点到校验节点的互信息更新;

图 1 所示为 QC-LDPC 码 Tanner 图中,变量节点到校验节点的消息传递示意图,其中左边为变量节点,右边为校验节点.

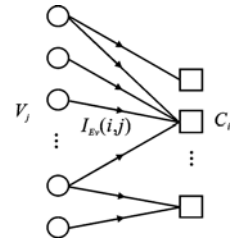


图 1 变量节点到校验节点的消息传递示意图

$I_{Ev}(i, j)$ 指变量节点 V_j 到校验节点 C_i 的译码消息与相应的编码码字比特之间的互信息,由下式

计算得到:

$$I_{Ev}(i, j) = J(\sqrt{T_{1v}} + T_{2v}) \quad (7)$$

(3) 设置校验节点 C_i 的先验互信息

$$I_{Ac}(i, j) = I_{Ev}(i, j) \quad (8)$$

(4) 校验节点到变量节点的互信息更新

$$I_{Ec}(i, j) = 1 - J(\sqrt{T_{1c}} + T_{2c}) \quad (9)$$

(5) 更新 $I_{Av}(i, j)$

$$I_{Av}(i, j) = I_{Ec}(i, j) \quad (10)$$

(6) 后验概率的互信息计算

$$I_{APP}(j) = J(\sqrt{T_{1APP}} + T_{2APP}) \quad (11)$$

(7) 直到 $I_{APP}(j) = 1, \forall j$, 迭代终止.

式(6)~(11)中的其他具体变量的描述和计算方法可参见文献[6]. 需要说明的是, 当信道信噪比 $E_b/N_0 > \text{threshold}$ 时, PEXIT 算法可以收敛, 因此, 用 PEXIT 算法来评价 QC-LDPC 码的门限值, 指式(11)计算得到的互信息收敛到 1 时, 最小的信道信噪比 $(E_b/N_0)^*$.

由此可见, 具体给定 QC-LDPC 码后, 则如图 1 所示的相应 Tanner 图即可确定, 通过式(6)~(11)的迭代, 最终可以得到给定 QC-LDPC 码的门限值, 该门限值可以用来评价 QC-LDPC 码的纠错性能.

4 基于 Diff-PXIT 算法的 QC-LDPC 码设计

差分进化(differential evolution, DE)是一种并行, 直接的搜索技术, 它对于解决具有连续空间参数的非线性代价函数最小化问题十分有效.

本文提出的 Diff-PEXIT 算法, 将差分进化技术与 PEXIT 算法结合, 优化搜索具有最优 threshold 值的 QC-LDPC 码.

具体步骤简述如下:

(1) 初始化: 给定一个初始信道信噪比 $\text{Initial}(E_b/N_0)$, 对于第一代($G = 0$)代价函数, 随机选择 NP 个 T 维矢量 $p_{i,G}(i = 0, 1, \dots, NP-1, NP$ 取 $10 \times T$).

每个矢量作为待优化的 QC-LDPC 码 H 矩阵中的元素, 即式(1)中的 H_i 和式(2)中的 H_p 中的自由变量, 据此构造出 NP 个 H 矩阵, 分别采用 PEXIT 算法来计算各自的 threshold 值 $f_{u_i,G}$, 然后找出最小的 $f_{u_i,G}$ 对应的 $p_{i,G}$, 标记为最优矢量 $p_{\text{best},G}$.

(2) 进化过程: 令新一代为 $G+1$, 根据进化方案再生成新的矢量, 对于每一个 $i, i \in \{0, 1, \dots, NP-1\}$, 在 $[0, NP-1]$ 中随机选择四个

不相同的整数 r_1, r_2, r_3, r_4 , 据此定义下面的进化方案:

$$v_{i,G+1} = p_{\text{best},G} + F * (p_{r_1,G} - p_{r_2,G} + p_{r_3,G} - p_{r_4,G}) \quad (12)$$

式中, F 为进化过程控制的常数, 仿真中一般取 0.5, 得到新的矢量后, 类似于步骤(1), 重新构造 H 矩阵, 并计算相应的 threshold 值, 比较后得到新的代价函数 $f_{v_i,G+1}$.

(3) 两代代价函数比较, 交换: 对于每一个 $i \in \{0, 1, \dots, NP-1\}$, 如果 $f_{u_i,G} > f_{v_i,G+1}$ 成立, 则有 $p_{i,G+1} = v_{i,G+1}$ 成立; 否则, $p_{i,G+1} = p_{i,G}$, 经过两代代价函数的比较、交换, 得到了矢量集 $p_{i,G+1}$, 计算该矢量集中的每个矢量对应的代价函数(即每个相应 H 矩阵的 threshold 值), 找出最小的代价函数 $f_{u_{\text{best}},G+1}$, 而拥有最小代价函数的矢量定义为 $p_{\text{best},G+1}$.

(4) 停止准则: 如果没有达到最大目标迭代次数, 则返回(2), 继续搜索; 否则停止搜索, 此时的最优矢量即为优化的 QC-LDPC 码 H 矩阵.

需要说明的是, 在优化搜索的过程中, 待优化矢量的一部分即如式(2)所示的 H_p , 保留了其简单迭代编码的结构, 参与优化搜索的是 H_i .

5 数值仿真和分析

仿真中, 设采用 BPSK (Binary Phase Shift Keying) 调制, 传输信道为 AWGN (Additive White Gaussian Noise) 信道, 译码采用 BP (Belief Propagation) 译码算法, 最大译码迭代次数设为 50 次.

为了便于比较, 仿真中 QC-LDPC 码的码参数和 802.16e 标准中的 QC-LDPC 码^[3]、文献[4]中的 QC-LDPC 码(Tam 码)的参数相同, 即码率为 1/2, 码长取 2304, 每个子矩阵的大小为 96×96 , 则如式(2)所示的 H 矩阵校验部分, $L=96, M=12$.

为了在优化过程中, 保持式(2)的简单迭代编码结构, 优化时校验部分的基矩阵 B_p 保持不变, 即如式(13)所示, 其中“0”代表大小为 96×96 的零矩阵, 而“1”代表大小为 96×96 的循环移位矩阵.

因此待优化的是 H 矩阵的信息部分 H_i , 考虑的是 H_i 矩阵对应的基矩阵, 即 H_i 的大小为 $ML \times ML$, 对应基矩阵的大小为 $M \times M$.

据此定义, 则第 4 小节中提出的 Diff-PEXIT 算法中初始化时的 $T = 12 \times 12 = 144$.

式(14)为采用 Diff-PEXIT 算法搜索的 H_i 的基矩阵 B_i , 其大小为 $M \times M$.

$$B_P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

在式(13)和式(14)的基础上,可以得到优化的 QC-LDPC 码的 H 矩阵的基矩阵 B ,如式(15)所示。

$$B_{M \times N} = [(B_I)_{M \times K} | (B_P)_{M \times M}] \quad (15)$$

对比式(15)和式(1),在得到优化 QC-LDPC 码的基矩阵后,基矩阵中的“0”用大小为 $L \times L = 96 \times 96$ 的零矩阵来替换,而基矩阵中的“1”则对应着 96×96 的循环移位矩阵,仿真中,对于基矩阵中的每个非零元素,在 $[0, L]$ 中的整数中随机生成一个整数作为移位参数,再由单位阵根据移位参数生成循环移位的子矩阵,最终得到优化 QC-LDPC 码的 H 矩阵。

图 2 所示为仿真中的优化 QC-LDPC 码的 H 矩阵构造的具体过程。

图 3 为优化构造的 QC-LDPC 码(Diff-PEXIT 码),与 802.16e 标准中的 QC-LDPC 码(802.16e 码)^[3]、Tam 提出的 QC-LDPC 码(Tam 码)^[4] 的 BER 性能的比较。从图 3 可以看出,正如文献[4]中的结果所示,Tam 码性能优于 802.16e 码,而本文

提出的 Diff-PEXIT 码的性能优于 Tam 码和 802.16e 码,且本文优化得到的 Diff-PEXIT 码, H 矩阵在优化搜索过程中,仍然保持了简单递归编码的结构,具有低编码复杂度。

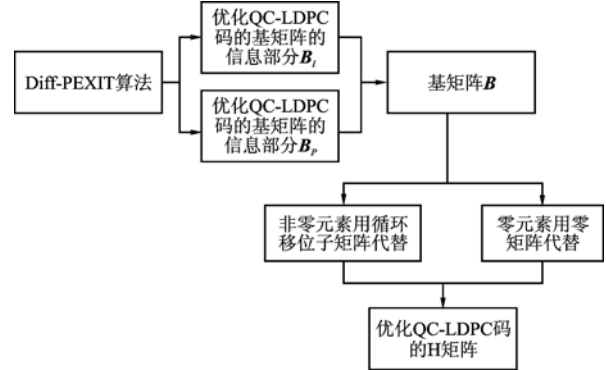


图 2 优化 QC-LDPC 码 H 矩阵的构造过程

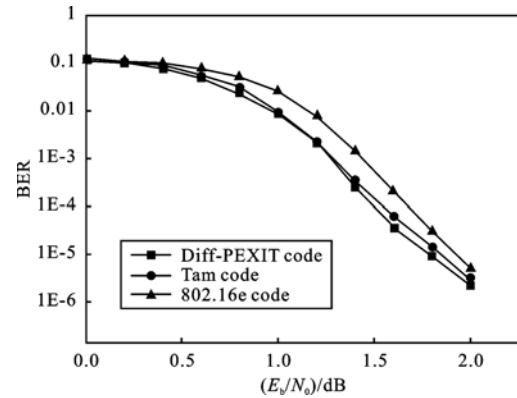


图 3 优化构造的 Diff-PEXIT 码和 Tam 码、802.16e 码的 BER 性能比较

6 结束语

本文方案,优化了 H 矩阵对应的基矩阵,而其中每个非零元素对应的移位参数是随机生成的,如果也采用优化搜索移位参数的方法,相信可以构造性能更好的 QC-LDPC 码,当然这样搜索的复杂度也会增加。

参考文献:

- [1] Tanner R M, Sridhara D, Sridhara A, et al. LDPC block and convolutional codes based on circulant matrices[J]. IEEE Trans. On Information Theory, 2004, 50(12):2966-2984.
- [2] Fossorier M P. Quasi-cyclic low-density parity-check codes from circulant permutation matrices [J]. IEEE Trans. On Information Theory, 2004, 5(8):1788-1793.

(下转第 42 页)

率得到大幅提高. 由于 96 维描述子的引入, 以及 Canny 算子消除边缘响应点, 改进后的算法的关键点总数减少, 维数降低, 所以, 理论上算法的运算应减少 25% 左右, 但由于本文的时间包含 Canny 算子以及 RANSAC 算法的运行时间, 因此, 运行时间相对于原算法只减少了 10% 左右. 由测试的结果对比, 可以看出改进算法在结合 Canny 算子, 引入 96 维描述子以后, 利用 RANSAC 算法进行错配点的消除是有效的, 在图像有一定的旋转、缩放和仿射变换下, 均能得到较高的匹配准确率^[8].

5 结束语

本文在 SIFT 算法的基础上, 结合 Canny 算子在极值点提取并精确过程后, 消除边缘响应点, 进一步的精确了极值点; 采用 96 维描述子缩短了算法的运算时间, 对于算法的实时性有一定的提高, 但效果不太明显, 与文献[9]相比, 实时性还有待提高; 在匹配过程中, 采用 RANSAC 算法对匹配结果进行筛选, 消除了误匹配, 提高了配准的准确率, 增强了算法的鲁棒性. 将本文的改进算法应用到某品牌日化用品的商标配准中, 实验证明, 本文的改进算法对于商品标牌能够很好的进行识别和配准, 对于商标的识别和检索工作有一定的辅助作用.

参考文献:

- [1] 宋晓闯. 基于灰度和几何特征的图像匹配算法研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2008.
- [2] Hassan Foroosh, Josiane B Zerubia, Marc Berthod. Extension of phase correlation to sub pixel registration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(3):188-200.
- [3] 吴锐航, 李绍滋, 邹丰美. 基于 SIFT 特征的图像检索[J]. 计算机应用研究, 2008, 25(2):478-481.
- [4] David G Lowe. Distinctive image features from scale-invariant key points[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2):91-110.
- [5] 张月辉, 吴健, 陆珊珊, 等. 基于词汇树层次语义模型的图像检索算法[J]. 微电子学与计算机, 2012, 29(11):172-176.
- [6] 杨秋菊, 肖雪梅. 基于改进 Canny 特征点的 SIFT 算法[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(7):2428-2432.
- [7] Canny J. A computational approach to edge detection[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986 (8):679-714.
- [8] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6):381-395.
- [9] 王田甲, 刘国荣. SIFT 改进算法在图像配准中的应用[J]. 微电子学与计算机, 2011, 28(5):184-188.

作者简介:

刘 辉 男, (1966—), 教授级高级工程师. 研究方向为通信新技术应用.

申海龙 男, (1986—), 硕士. 研究方向为数字图像处理.

(上接第 37 页)

- [3] IEEE standard for local metropolitan area networks. Part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems[S]. Amendment 2, IEEE Standard 802.16, 2006.
- [4] Tam W M, Lau F, Tse C K. A class of QC-LDPC codes with low encoding complexity and good error performance[J]. IEEE Commun. Lett., 2010, 14(2):169-171.
- [5] Brink S T. Design of low-density parity-check codes for modulation and detection[J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(4):670-678.
- [6] Liva G, Chiani M. Protograph LDPC codes design based on EXIT analysis[C]// IEEE GLOBECOM 07. Washington DC, 2007:3250-3254.
- [7] Liu X, Wu X, Zhao C. Shortening for irregular QC-LDPC codes[J]. Communications Letters, IEEE, 2009, 13(8):612-614.

作者简介:

徐 华 男, (1975—), 博士, 副教授. 研究方向为信道编码、压缩感知及数字图像处理等.